Tópico 4

1 Sabendo-se que o comprimento (perímetro) de uma circunferência de raio **R** é igual a $2\pi R$, converta em radianos os seguintes ângulos:

a) 360°
b) 180°
c) 90°
d) 60°
e) 30°

Resolução:

a) Ângulo de uma volta: $\theta = \frac{\ell}{R} = \frac{2\pi R}{R} = 2\pi \text{ rad} = 360° \Rightarrow$

$\boxed{\Rightarrow\ 360°\ 2\pi \text{ rad}}$

b) $180° = \frac{360°}{2} = \frac{2\pi \text{ rad}}{2} \Rightarrow \boxed{180° = \pi \text{ rad}}$

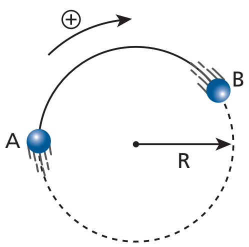
c) $90° = \frac{360°}{4} = \frac{2\pi \text{ rad}}{4} \Rightarrow \boxed{90° = \frac{\pi}{2} \text{ rad}}$

d) $60° = \frac{360°}{6} = \frac{2\pi \text{ rad}}{6} \Rightarrow \boxed{60° = \frac{\pi}{3} \text{ rad}}$

e) $30° = \frac{360°}{12} = \frac{2\pi \text{ rad}}{12} \Rightarrow \boxed{30° = \frac{\pi}{6} \text{ rad}}$

Respostas: a) 2π rad; b) π rad; c) $\frac{\pi}{2}$ rad; d) $\frac{\pi}{3}$ rad; e) $\frac{\pi}{6}$ rad

2 **E.R.** Uma partícula percorre, em 10 s, o arco de circunferência AB representado na figura, de **A** para **B**:



Sabendo que $\widehat{AB}$ mede 60 cm e R = 30 cm, determine, no percurso de **A** até **B**:

a) a velocidade escalar média linear;
b) a velocidade escalar média angular.

Resolução:

a) A velocidade escalar média linear é dada por:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

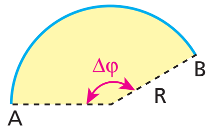
Sendo $\Delta s = 60$ cm e $\Delta t = 10$ s, vem:

$$v_m = \frac{60}{10} \Rightarrow \boxed{v_m = 6 \text{ cm/s}}$$

b) A velocidade escalar média angular é dada por:

$$\omega_m = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad \text{(I)}$$

O deslocamento angular $\Delta\varphi$ é calculado, em radianos, pelo quociente do comprimento do arco AB pelo raio **R**:



$$\Delta\varphi = \frac{60}{30} \Rightarrow \Delta\varphi = 2 \text{ rad}$$

Em (I):

$$\omega_m = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2}{10} \Rightarrow \boxed{\omega_m = 0{,}2 \text{ rad/s}}$$

Nota:
• De um modo mais prático, poderíamos resolver o item **b** da seguinte maneira:

$$\omega_m = \frac{v_m}{R} = \frac{6}{30} \Rightarrow \boxed{\omega_m = 0{,}2 \text{ rad/s}}$$

3 Um automóvel move-se ao longo de uma pista circular de raio igual a 200 metros. Em certo instante, sua velocidade angular vale 0,1 rad/s. Quanto indica seu velocímetro, em km/h, nesse instante?

Resolução:

$v = \omega R = 0{,}1 \cdot 200 \Rightarrow v = 20 \text{ m/s} \Rightarrow \boxed{v = 72 \text{ km/h}}$

Resposta: 72 km/h

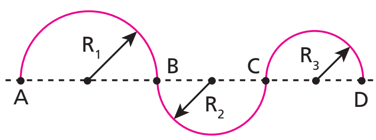
4 Um esportista corre numa pista circular de raio igual a 200 m com velocidade escalar de 18 km/h praticamente constante. Calcule, em radianos, o ângulo central que "enxerga" o arco percorrido por ele em 72 s.

Resolução:

• $v = 5$ m/s
• $\Delta s = v\,\Delta t = 5 \cdot 72 \Rightarrow \Delta s = 360$ m
• $\Delta\varphi = \frac{\Delta s}{R} = \frac{360}{200} \Rightarrow \boxed{\Delta\varphi = 1{,}8 \text{ rad}}$

Resposta: 1,8 rad

5 Um móvel vai de **A** a **D** com velocidade escalar linear constante, movendo-se ao longo da curva esquematizada na figura:



Sendo $R_1 > R_2 > R_3$, compare os valores das velocidades angulares nos trechos $\widehat{AB}$, $\widehat{BC}$ e $\widehat{CD}$.

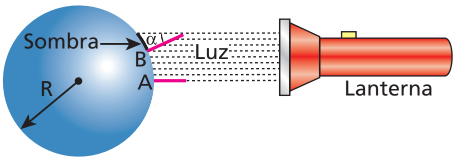
Resolução:

$v = \omega R \Rightarrow \omega_{AB} R_1 = \omega_{BC} R_2 = \omega_{CD} R_3$

Como $R_1 > R_2 > R_3$: $\boxed{\omega_{AB} < \omega_{BC} < \omega_{CD}}$

Resposta: $\omega_{AB} < \omega_{BC} < \omega_{CD}$

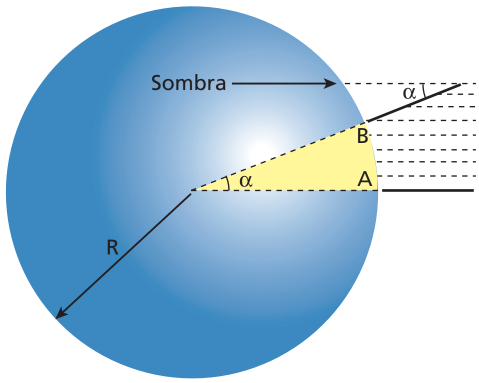
6 Imagine uma esfera de raio **R**, com duas varetas fincadas nela nos pontos **A** e **B**, perpendicularmente à sua superfície e sobre uma mesma circunferência máxima (meridiano). Uma lanterna, que emite um feixe de raios de luz paralelos entre si, ilumina a esfera, como mostra a figura:



Na esfera, não se observa sombra da vareta fincada em **A**, mas se observa sombra da vareta fincada em **B**. Não é difícil medir o ângulo α indicado. Suponha que alguém mediu esse ângulo e encontrou $\alpha = 20°$. Sabendo que o arco AB mede 10 cm e que o comprimento de uma circunferência de raio **R** é igual a $2\pi R$, calcule o raio **R** da esfera. (Use $\pi = 3$.)

Nota:
- Foi de um modo análogo que o grego Eratóstenes (século III a.C.), pela primeira vez, determinou o raio da Terra.

Resolução:



Como um ângulo central e o comprimento do arco que ele "enxerga" são proporcionais, temos:

$$\frac{\alpha}{AB} = \frac{360°}{2\pi R} \Rightarrow \frac{20°}{10\ cm} = \frac{360°}{2 \cdot 3 \cdot R}$$

$$\boxed{R = 30\ cm}$$

Resposta: 30 cm

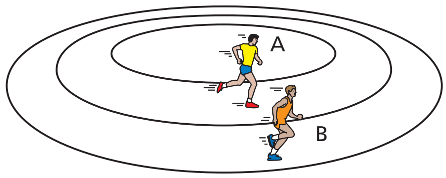
7 (Uerj) A distância média entre o Sol e a Terra é de cerca de 150 milhões de quilômetros. Assim, a velocidade média de translação da Terra em relação ao Sol é, aproximadamente, de:

a) 3 km/s.
b) 30 km/s.
c) 300 km/s.
d) 3 000 km/s.

Resolução:
- $R = 150 \cdot 10^6$ km
- $\Delta s = 2\pi R \simeq 2 \cdot 3 \cdot 150 \cdot 10^6\ km \Rightarrow \Delta s \simeq 9 \cdot 10^8\ km$
- $\Delta t = 1\ ano = 365 \cdot 86400\ s \Rightarrow \Delta t \simeq 3 \cdot 10^7\ s$
- $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \simeq \frac{9 \cdot 10^8\ km}{3 \cdot 10^7\ s} \Rightarrow \boxed{v_m \simeq 30\ km/s}$

Resposta: b

8 E.R. Dois corredores treinam numa pista circular. O corredor **A** corre pela pista interna, enquanto o **B** corre pela externa.



Sabendo que ambos os corredores completam uma volta no mesmo intervalo de tempo, compare:
a) suas velocidades escalares médias angulares;
b) suas velocidades escalares médias lineares.

Resolução:

a) Os dois corredores completam uma volta num mesmo intervalo de tempo Δt. Ao fazer isso, ambos realizam um mesmo deslocamento angular $\Delta\varphi$, igual a 2π rad. Lembrando que a velocidade escalar média angular (ω_m) é dada por:

$$\omega_m = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

concluímos que:

$$\boxed{\omega_{m_A} = \omega_{m_B}}$$

Isso significa que **A** e **B** percorreram um mesmo ângulo num mesmo intervalo de tempo.

b) No mesmo intervalo de tempo Δt, decorrido durante uma volta, o deslocamento linear Δs é maior para o corredor **B**, uma vez que a circunferência externa tem perímetro maior que a interna. Assim, no mesmo Δt, temos:

$$\Delta s_B > \Delta s_A$$

Lembrando que a velocidade escalar média linear (v_m) é dada por:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

concluímos que:

$$\boxed{v_{m_B} > v_{m_A}}$$

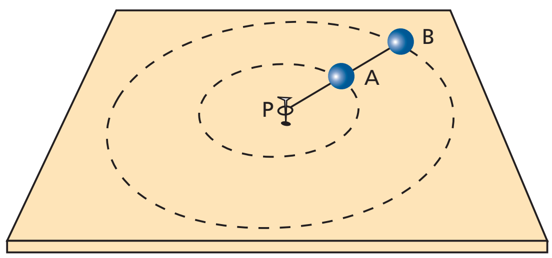
Isso significa que, no mesmo intervalo de tempo Δt, a distância percorrida por **B** foi maior que a percorrida por **A**, apesar de os ângulos varridos terem sido iguais.

Nota:
- O item **b** do exercício poderia ter sido resolvido lembrando que:

$$v_m = \omega_m R$$

em que **R** é o raio da circunferência.
Como o valor de ω_m é igual para **A** e para **B**, concluímos que o valor de v_m é maior para **B**, uma vez que **B** descreve a circunferência de raio maior.

9 Duas pequenas esferas **A** e **B**, apoiadas em uma mesa, são interligadas por um fio de 50 cm de comprimento. Por meio de outro fio também de 50 cm, liga-se a esfera **A** a um prego **P**, fincado na mesa. A figura ilustra essa montagem:



As esferas são postas a girar em torno do prego, de modo que **A**, **B** e **P** permanecem sempre alinhados. Em certo instante, **B** move-se a 10 m/s. Determine nesse instante:

a) a velocidade escalar angular de **A** e de **B**;
b) a velocidade escalar linear de **A**.

Resolução:

a) • $\omega_A = \omega_B$

• $\omega_B = \frac{v_B}{R_B} = \frac{10 \text{ m/s}}{1 \text{ m}} \Rightarrow \boxed{\omega_A = \omega_B = 10 \text{ rad/s}}$

b) $v_A = \omega_A R_A = 10 \text{ rad/s} \cdot 0{,}50 \text{ m} \Rightarrow \boxed{v_A = 5{,}0 \text{ m/s}}$

Respostas: a) 10 rad/s e 10 rad/s; b) 5,0 m/s

10 Com relação a um relógio analógico, determine o período do ponteiro:

a) dos segundos; b) dos minutos; c) das horas.

Respostas: a) 60 s; b) 1 h; c) 12 h

11 Quanto mede, em graus e em radianos, o ângulo θ descrito pelo ponteiro dos minutos de um relógio, em 10 minutos?

Resposta: $\theta = 60° = \frac{\pi}{3}$ rad

12 Um corpo em movimento circular e uniforme completa 20 voltas em 10 segundos. Determine a frequência e o período desse movimento.

Resolução:

• $f = \frac{n}{\Delta t} = \frac{20}{10} \Rightarrow \boxed{f = 2 \text{ Hz}}$

• $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{T = 0{,}5 \text{ s}}$

Resposta: 2 Hz e 0,5 s respectivamente

13 Determinada furadeira pode atingir a rotação máxima de 3 000 rpm. Nessa situação, calcule o período do movimento no SI.

Resolução:

• $f = \frac{3\,000 \text{ rot}}{60 \text{ s}} = 50 \text{ Hz}$

• $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} \Rightarrow \boxed{T = 0{,}02 \text{ s}}$

Resposta: 0,02 s

14 Calcule, em rad/h, a velocidade angular da Terra em seu movimento de rotação.

Resolução:

• T = 24 h

• $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{24} \Rightarrow \boxed{\omega = \frac{\pi}{12} \text{ rad/h}}$

Resposta: $\frac{\pi}{12}$ rad/h

15 E.R. O raio da Terra mede aproximadamente $6{,}4 \cdot 10^3$ km. Calcule, em km/h, a velocidade com que se desloca um ponto do equador terrestre em virtude apenas do movimento de rotação do planeta (adote π = 3,14).

Resolução:

Um ponto do equador terrestre executa um MCU de período **T** igual a 24 horas e raio **R** igual a $6{,}4 \cdot 10^3$ km. A velocidade escalar linear (**v**) relaciona-se com a angular (ω) por meio da expressão:

$$v = \omega R \quad \text{(I)}$$

Como: $$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{(II)}$$

substituímos (II) em (I) e obtemos: $v = \frac{2\pi R}{T}$

Assim, substituindo os valores conhecidos, vem:

$$v = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 6{,}4 \cdot 10^3}{24} \Rightarrow \boxed{v = 1{,}7 \cdot 10^3 \text{ km/h}}$$

Nota:

• A velocidade encontrada (1 700 km/h) é aproximadamente cinco vezes a de um carro de Fórmula 1. Entretanto, uma pessoa no equador não a percebe porque também possui essa velocidade em torno do eixo da Terra.

16 O ponteiro dos segundos de um relógio instalado na fachada principal de uma fábrica tem 1,2 m de comprimento. Calcule, em m/s, a velocidade da extremidade desse ponteiro.
Use π = 3.

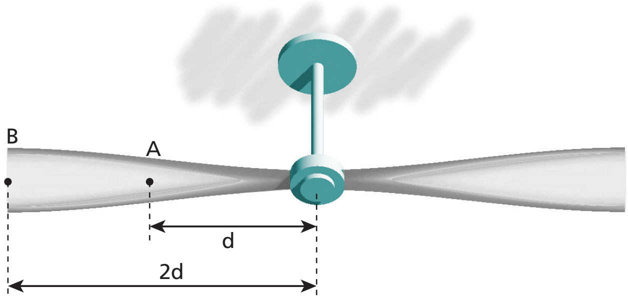
Resolução:

• T = 60 s e R = 1,2 m

• $v = \omega R = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 1{,}2}{60} \Rightarrow \boxed{v = 0{,}12 \text{ m/s}}$

Resposta: 0,12 m/s

17 As pás de um ventilador rotam com velocidade angular constante **ω**.



Compare os períodos (**T**), as frequências (**f**), as velocidades escalares angulares (**ω**) e as velocidades escalares lineares (**v**) dos pontos **A** e **B** da pá.

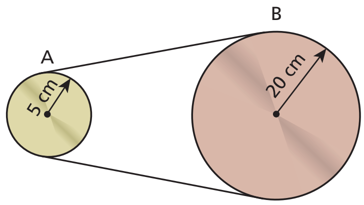
Resolução:

$\boxed{\bullet\, T_A = T_B}$ $\boxed{f_A = f_B}$ $\boxed{\omega_A = \omega_B}$

• $\left.\begin{array}{l} v_A = \omega_A\, d \\ v_B = \omega_B\, 2d \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{v_B = 2v_A}$

Resposta: $T_A = T_B$; $f_A = f_B$; $\omega_A = \omega_B$; $v_B = 2v_A$

18 Na situação esquematizada na figura, temos duas polias **A** e **B** acopladas por uma correia inextensível. Quando a polia **A** gira, movimenta a correia, que, por sua vez, faz a polia **B** girar também.



Admitindo que não haja escorregamento entre a correia e as polias e supondo que a polia **A** execute 60 rpm, calcule:

a) a frequência de rotação da polia **B**;

b) a velocidade linear de um ponto qualquer da correia. (Use $\pi = 3{,}1$.)

Resolução:

a) $v_A = v_B \Rightarrow f_A R_A = f_B R_B \Rightarrow 60 \text{ rpm} \cdot 5 \text{ cm} = f_B \cdot 20 \text{ cm} \Rightarrow$

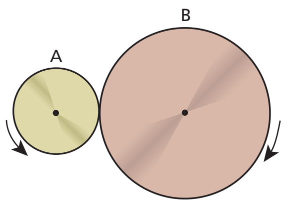
$\Rightarrow \boxed{f_B = 15 \text{ rpm}}$

b) Usando um ponto da correia em contato com a polia **A**, por exemplo, temos:

$v_A = \omega_A R_A = 2\pi f_A R_A = 2 \cdot 3{,}1 \cdot \frac{60}{60} \text{ Hz} \cdot 5 \text{ cm} \Rightarrow \boxed{v_A = 31 \text{ cm/s}}$

Respostas: a) 15 rpm; b) 31 cm/s

19 Temos, na figura a seguir, duas polias **A** e **B** de raio R_A e R_B, sendo $R_A = 20$ cm e $R_B = 60$ cm:



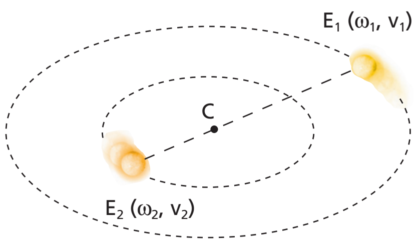
A polia **A** gira com frequência igual a 1 200 Hz, acionada por um motor. A polia **B** também gira, acionada pela polia **A** por meio do contato entre elas. Não há escorregamento entre as polias na região de contato. Determine com que frequência a polia **B** gira.

Resolução:

$v_A = v_B \Rightarrow f_A R_A = f_B R_B \Rightarrow 1\,200 \cdot 20 = f_B \cdot 60 \Rightarrow \boxed{f_B = 400 \text{ Hz}}$

Resposta: 400 Hz

20 Num sistema, duas estrelas E_1 e E_2 descrevem circunferências de raios r_1 e r_2, respectivamente, como representa a figura. Essas circunferências têm um mesmo centro **C**, denominado centro de massa da estrela dupla.



Sabendo que E_1, E_2 e **C** se mantêm permanentemente alinhados, determine, para essas estrelas, a razão:

a) ω_1/ω_2 entre suas velocidades angulares;

b) v_1/v_2 entre suas velocidades lineares.

Resolução:

a) $T_1 = T_2 \Rightarrow \omega_1 = \omega_2 \Rightarrow \boxed{\frac{\omega_1}{\omega_2} = 1}$

b) $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\omega_1 r_1}{\omega_2 r_2} = \frac{r_1}{r_2} \Rightarrow \boxed{\frac{v_1}{v_2} = \frac{r_1}{r_2}}$

Resposta: a) 1; b) $\frac{r_1}{r_2}$

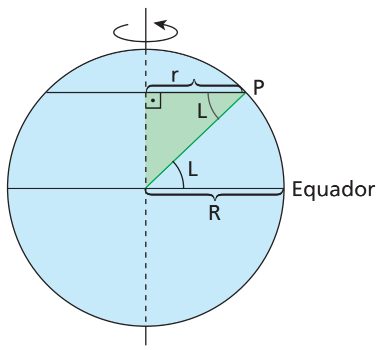
21 A Terra, suposta esférica, tem raio **R**, e seu período de rotação é **T**.

a) Encontre uma expressão da velocidade escalar linear **v** de um ponto da superfície da Terra, devida apenas ao movimento de rotação em função da latitude (**L**).

b) Represente graficamente **v** em função de **L**.

Resolução:

Considere um ponto **P** qualquer da superfície terrestre, numa latitude **L**:



Esse ponto descreve uma circunferência de raio **r** em relação ao eixo da Terra. Sua velocidade escalar angular (ω) é dada por:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{(I)}$$

Do triângulo destacado, temos:

$$\cos L = \frac{r}{R} \Rightarrow r = R \cos L \quad \text{(II)}$$

A velocidade escalar linear de **P** é dada por:

$$v = \omega\, r \quad \text{(III)}$$

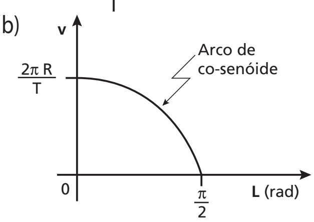
Substituindo as expressões (I) e (II) em (III), obtemos:

$$\boxed{v = \frac{2\pi R \cos L}{T}}$$

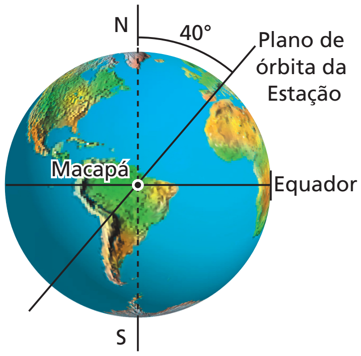
Ver gráfico nas Respostas.

Respostas: a) $v = \frac{2\pi R \cos L}{T}$

b)



22 (Fuvest-SP) A Estação Espacial Internacional mantém atualmente uma órbita circular em torno da Terra, de tal forma que permanece sempre em um plano, normal a uma direção fixa no espaço. Esse plano contém o centro da Terra e faz um ângulo de 40° com o eixo de rotação da Terra. Em certo momento, a Estação passa sobre Macapá, que se encontra na linha do Equador. Depois de uma volta completa em sua órbita, a Estação passará novamente sobre o Equador em um ponto que está a uma distância de Macapá de, aproximadamente:



Dados da Estação:	Período aproximado: 90 minutos
	Altura acima da Terra ≃ 350 km
Dados da Terra:	Circunferência no Equador ≃ 40 000 km

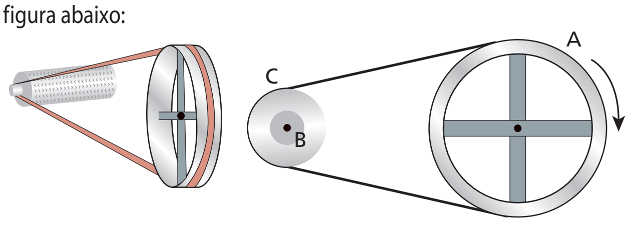
a) zero km.
b) 500 km.
c) 1 000 km.
d) 2 500 km.
e) 5 000 km.

Resolução:
Em Δt = 24 h, um ponto do equador terrestre percorre aproximadamente Δs = 40 000 km em torno do eixo de rotação, com velocidade escalar **v**.
Em Δt = 1,5 h (90 min), Macapá percorre Δs, com velocidade escalar **v**:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\Delta s'}{\Delta t'} \Rightarrow \frac{40\,000}{24} = \frac{\Delta s'}{1,5} \Rightarrow \boxed{\Delta s' = 2\,500 \text{ km}}$$

Resposta: d

23 (UEPA) Um dispositivo rudimentar utilizado no interior no Estado do Pará para ralar mandioca na fabricação de farinha consiste de uma associação de polias com diâmetros diferentes, como mostra a figura abaixo:



Os valores dos diâmetros das rodas mostradas na figura são D_A = 1 m, D_B = 10 cm e D_C = 25 cm. Nessa situação, enquanto a roda **A** executa uma volta completa, as voltas executadas pelas rodas **B** e **C** são, respectivamente:

a) 10 e 10.
b) 5 e 10.
c) 5 e 5.
d) 10 e 15.
e) 15 e 10.

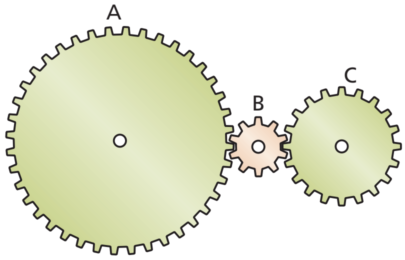
Resolução:
Os pontos da correia e os pontos da periferia das rodas **A** e **B** têm velocidades escalares lineares iguais:

$$v_A = v_B \Rightarrow 2\pi f_A R_A = 2\pi f_B R_B \Rightarrow f_A D_A = f_B D_B \Rightarrow \frac{n_A}{\Delta t} \cdot D_A = \frac{n_B}{\Delta t} \cdot D_B$$

$$1 \cdot 100 \text{ cm} = n_B \cdot 10 \text{ cm} \Rightarrow \boxed{n_B = n_C = 10 \text{ voltas}}$$

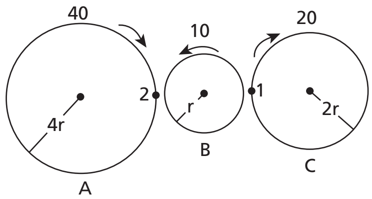
Resposta: a

24 A figura representa um acoplamento de três rodas dentadas **A**, **B** e **C** que possuem 40, 10 e 20 dentes respectivamente.



Lembrando que os dentes são todos iguais, quantas voltas dá a roda **A** enquanto a roda **C** completa 10?

Resolução:



O perímetro é proporcional ao número de dentes. Como o raio e o perímetro também são proporcionais, o raio é proporcional ao número de dentes.

$$v_1 = v_2 \Rightarrow \omega_1 \cdot 2r = \omega_2 \cdot 4r$$

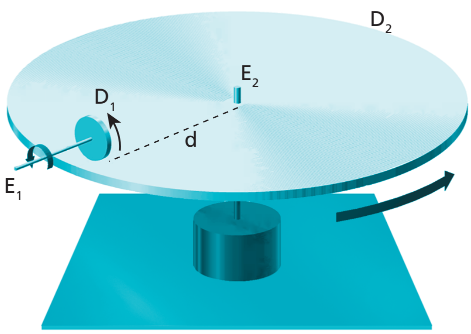
$$2\pi f_C \cdot 2 = 2\pi f_A \cdot 4 \Rightarrow 2 f_C = 4 f_A$$

$$2 \frac{n_C}{\Delta t} = 4 \frac{n_A}{\Delta t} \Rightarrow 2 n_C = 4 n_A$$

$$2 \cdot 10 = 4 n_A \Rightarrow \boxed{n_A = 5}$$

Resposta: 5

25 No sistema esquematizado na figura, o eixo E_1 está acoplado a um motor que o faz rotar com frequência f_1 = 120 Hz. Esse eixo está fixado no disco D_1, de raio R_1 = 5 cm. O disco D_1, disposto perpendicularmente ao segmento de reta tracejado, faz contato com outro disco D_2, de raio R_2 = 50 cm, sem deslizar nele. D_2, fixado no eixo E_2, então rota com frequência f_2.



Supondo que a distância **d**, do ponto de contato entre os discos até o centro de D_2, possa variar de 10 cm a 40 cm, responda: quais são os valores possíveis de f_2?

Resolução:

$\omega_1 = 2\,\pi\,f_1$

Para um ponto na periferia de D_1, temos:

$v_1 = \omega_1\,R_1 = 2\,\pi\,f_1\,R_1$

Um ponto de D_2, em contato com D_1, tem velocidade linear v_2 igual a v_1:

$v_2 = \omega_2\,d = 2\,\pi\,f_2\,d = 2\,\pi\,f_1\,R_1$

$$f_2 = \frac{f_1\,R_1}{d} = \frac{120 \cdot 5}{d} = \frac{600}{d} \text{ (\textbf{d} em cm)}$$

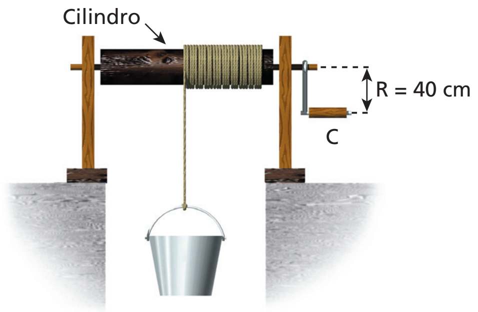
Para d = 40 cm: $f_2 = \frac{600}{40} \Rightarrow f_2 = 15 \text{ Hz}$

Para d = 10 cm: $f_2 = \frac{600}{10} \Rightarrow f_2 = 60 \text{ Hz}$

Portanto, f_2 pode variar de 15 Hz a 60 Hz.

Resposta: De 15 Hz a 60 Hz

26 E.R. Num lugar onde não se dispõe de energia elétrica, é usado um sarilho para tirar água de um poço. Essa máquina consta de um cilindro de raio r = 15 cm, fixo em um eixo que pode rotar apoiado em dois suportes. Uma das extremidades de uma corda é fixada no cilindro e a outra é amarrada em um balde. À medida que o cilindro gira, acionado por uma manivela de cabo **C**, a corda enrola-se nele numa única camada e o balde sobe 9 m em 30 s, em movimento uniforme.



Na operação descrita, calcule a velocidade:

a) angular do cilindro;
b) linear do cabo **C**.

Resolução:

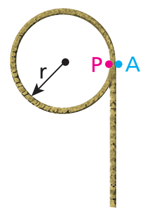
a) A velocidade com que o balde sobe é dada por:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Sendo $\Delta s = 9$ m e $\Delta t = 30$ s, temos:

$$v = \frac{9 \text{ m}}{30 \text{ s}} \Rightarrow v = 0{,}3 \text{ m/s}$$

Os pontos da corda também se movem com essa velocidade. Considere, então, um ponto **A** da corda em contato com um ponto **P** da periferia do cilindro:



Como a corda não escorrega no cilindro, temos:

$$v_P = v_A = 0{,}3 \text{ m/s}$$

Então:

$$\omega_P = \frac{v_P}{r} = \frac{0{,}3}{0{,}15} \Rightarrow \boxed{\omega_P = 2 \text{ rad/s}}$$

Destacamos que **todos** os pontos do cilindro têm velocidade angular igual a 2 rad/s.

b) A velocidade angular do cabo **C** é igual à do cilindro:

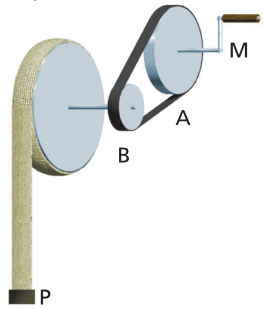
$$\omega_C = 2 \text{ rad/s}$$

Então:

$$\omega_C = \frac{v_C}{R} \Rightarrow v_C = \omega_C \cdot R = 2 \cdot 0{,}4$$

$$\boxed{v_C = 0{,}8 \text{ m/s}}$$

27 (Unirio-RJ – mod.)



O mecanismo apresentado na figura acima é utilizado para enrolar mangueiras após terem sido usadas no combate a incêndios. A mangueira é enrolada sobre si mesma, camada sobre camada, formando um carretel cada vez mais espesso. Considerando ser o diâmetro da polia **A** maior que o diâmetro da polia **B**, quando giramos a manivela **M** com velocidade constante, verificamos que a polia **B** gira .... que a polia **A**, enquanto a extremidade **P** da mangueira sobe com movimento .... .

A opção que preencheria corretamente as lacunas acima é:

a) mais rapidamente — acelerado.
b) mais rapidamente — uniforme.
c) com a mesma velocidade — uniforme.
d) mais lentamente — uniforme.
e) mais lentamente — acelerado.

Resolução:

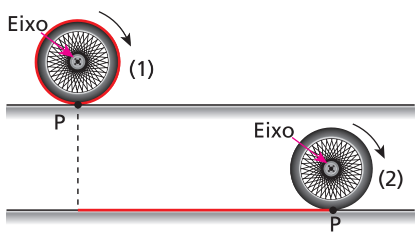
Como o raio do carretel vai aumentando, **v** é crescente ($v = \omega\,R$, sendo ω constante). Por isso, o movimento da extremidade **P** é acelerado.

Resposta: a

28 E.R. Uma motocicleta encontra-se em movimento em uma estrada asfaltada. Cada uma de suas rodas tem raio R = 25 cm e gira com frequência f = 10 Hz. Sabendo que as rodas não deslizam no asfalto, calcule a velocidade da moto em km/h. (Use $\pi = 3{,}1$.)

Resolução:

Na figura a seguir, representamos uma roda da moto em duas posições (1) e (2). Da posição (1) até a posição (2), a roda completa uma volta. O ponto **P** está na periferia da roda.



Imagine que a periferia da roda, na posição (1), esteja pintada com uma estreita faixa de tinta vermelha fresca. O comprimento dessa faixa é $2\pi R$ (perímetro da circunferência). De (1) para (2), a roda deixa no asfalto uma marca vermelha de **mesmo comprimento**, pois a roda não desliza na pista. Note, então, que, num mesmo intervalo de tempo, o ponto **P** percorre $2\pi R$ em relação ao eixo da roda e este também percorre $2\pi R$ em relação à estrada. Portanto, a velocidade v_P, do ponto **P** em relação ao eixo, é igual à velocidade v_E, do eixo em relação à estrada:

$$v_P = v_E$$

Como a velocidade do eixo em relação à estrada é igual à velocidade v_M da moto, temos:

$$v_M = v_P$$

Portanto, a velocidade da moto tem o mesmo valor da velocidade do ponto **P** em seu movimento circular em torno do eixo:

$$v_M = v_P = \omega_P R = 2\pi f R$$
$$v_M = 2 \cdot 3{,}1 \cdot 10 \cdot 0{,}25 \Rightarrow v_M = 15{,}5 \text{ m/s}$$
$$\boxed{v_M = 56 \text{ km/h}}$$

29 (Fuvest-SP) Qual a ordem de grandeza do número de voltas dadas pela roda de um automóvel ao percorrer uma estrada de 200 km?

a) 10^2 b) 10^3 c) 10^5 d) 10^7 e) 10^9

Nota:
- *Grosso modo*, ordem de grandeza de um número é a potência de dez que mais se aproxima desse número.

Resolução:
Estimando o raio da roda em 30 cm, calculemos seu perímetro, que é a distância percorrida por ela em cada volta:
perímetro $= 2\pi R = 2 \cdot \pi \cdot 30 \text{ cm} \simeq 1{,}9 \text{ m}$

número de voltas $= \dfrac{\text{distância total percorrida}}{\text{perímetro}} = \dfrac{200\,000 \text{ m}}{1{,}9 \text{ m}} =$
$= 1{,}1 \cdot 10^5$ voltas

$\boxed{\text{Ordem de grandeza} = 10^5 \text{ voltas}}$

Resposta: c

30 (UFSM-RS) Um trator tem as rodas traseiras maiores que as dianteiras e desloca-se com velocidade constante. Pode-se afirmar que, do ponto de vista do tratorista, os módulos das velocidades lineares de qualquer ponto das bandas de rodagem das rodas da frente (v_f) e de trás (v_T) e os módulos das velocidades angulares das rodas da frente (ω_f) e de trás (ω_T) são:

a) $v_f > v_T$ e $\omega_f > \omega_T$.
b) $v_f > v_T$ e $\omega_f < \omega_T$.
c) $v_f < v_T$ e $\omega_f = \omega_T$.
d) $v_f = v_T$ e $\omega_f > \omega_T$.
e) $v_f = v_T$ e $\omega_f = \omega_T$.

Resolução:
- $\boxed{v_f = v_T}$ (igual à velocidade escalar do trator em relação ao solo)
- $\omega_f r_f = \omega_T r_T$

como $r_f < r_T$: $\boxed{\omega_f > \omega_T}$

Resposta: d

31 (Unicamp-SP) Em 1885, Michaux lançou o biciclo com uma roda dianteira diretamente acionada por pedais (Fig. **A**). Por meio do emprego da roda dentada, que já havia sido concebida por Leonardo da Vinci, obteve-se melhor aproveitamento da força nos pedais (Fig. **B**). Considere que um ciclista consiga pedalar 40 voltas por minuto em ambas as bicicletas. (Use $\pi = 3$.)

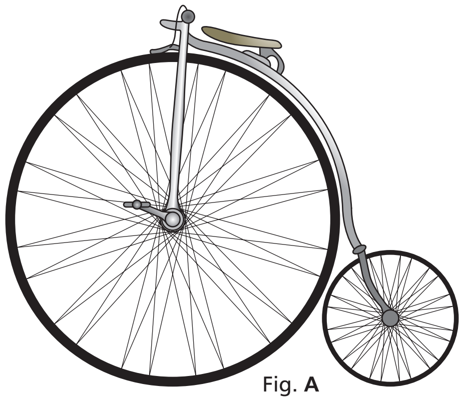


Fig. **A**

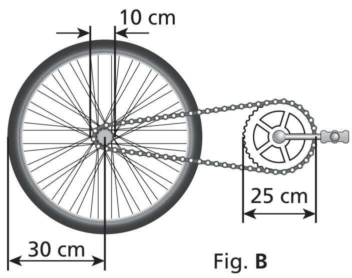


Fig. **B**

a) Qual a velocidade de translação do biciclo de Michaux para um diâmetro da roda de 1,20 m?
b) Qual a velocidade de translação para a bicicleta-padrão aro 60 (Fig. **B**)?

Resolução:

$$f_{pedais} = 40 \text{ rpm} = \frac{40}{60} \text{ Hz} = \frac{2}{3} \text{ Hz}$$

a) $\omega_{roda\ dianteira} = \omega_{pedais} = 2\pi f_{pedais} = 2 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \text{ Hz} = 4 \text{ rad/s}$

$$v_a = \omega_{roda\ dianteira} \cdot r_{roda\ dianteira} = 4 \cdot \frac{1{,}20}{2} \Rightarrow \boxed{v_a = 2{,}4 \text{ m/s}}$$

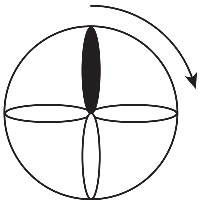
b) $\omega_{coroa} = \omega_{pedais} = 4 \text{ rad/s}$

$$\omega_{coroa} \cdot r_{coroa} = \omega_{catraca} \cdot r_{catraca}$$
$$\omega_{catraca} = \omega_{coroa} \cdot \frac{r_{coroa}}{r_{catraca}} = 4 \cdot \frac{\frac{25}{2}}{\frac{10}{2}}$$
$$\omega_{catraca} = 10 \text{ rad/s} = \omega_{roda\ traseira}$$
$$v_b = \omega_{roda\ traseira} \cdot r_{roda\ traseira} = 10 \cdot 0{,}3$$
$$\boxed{v_b = 3 \text{ m/s}}$$

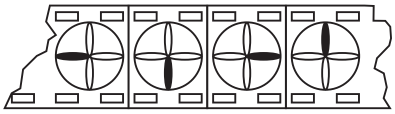
Respostas: a) 2,4 m/s; b) 3 m/s

32 (UFRJ) O olho humano retém durante $\frac{1}{24}$ de segundo as imagens que se formam na retina. Essa memória visual permitiu a invenção do cinema. A filmadora bate 24 fotografias (fotogramas) por segundo. Uma vez revelado, o filme é projetado à razão de 24 fotogramas por segundo. Assim, o fotograma seguinte é projetado no exato instante em que o fotograma anterior está desaparecendo de nossa memória visual, o que nos dá a sensação de continuidade.

Filma-se um ventilador cujas pás estão girando no sentido horário. O ventilador possui quatro pás simetricamente dispostas, uma das quais pintada de cor diferente, como ilustra a figura abaixo:



Ao projetarmos o filme, os fotogramas aparecem na tela na seguinte sequência:



o que nos dá a sensação de que as pás estão girando no sentido anti-horário.

Calcule quantas rotações por segundo, no mínimo, as pás devem estar efetuando para que isso ocorra.

Nota:
- A ilusão de que as pás estão girando no sentido oposto ao real é devida ao fato de nosso cérebro interpretar que o movimento, de um fotograma para o outro, se dá no sentido do **menor** deslocamento angular.

Resolução:

Entre dois fotogramas consecutivos, a pá destacada efetua, no mínimo, $\frac{3}{4}$ de volta, em um intervalo de tempo $\Delta t = \frac{1}{24}$ s. Então, a frequência mínima de rotação das pás é dada por:

$$f = \frac{n}{\Delta t} = \frac{\frac{3}{4}\text{ volta}}{\frac{1}{24}\text{ s}} = 18\text{ voltas/s}$$

$\boxed{f = 18\text{ rotações/s}}$ (ou 18 Hz)

Resposta: 18

33 A função horária do espaço angular de uma partícula que descreve uma circunferência de raio igual a 2 m é:

$$\varphi = \frac{3\pi}{2} + 2\pi t$$

com φ em radianos e **t** em segundos. Determine:

a) a fase inicial;
b) o período e a frequência;
c) a velocidade escalar linear (admite-se π na resposta).

Resolução:

$\varphi = \varphi_0 + \omega t$

a) $\boxed{\varphi_a = \frac{3\pi}{2}\text{ rad}}$

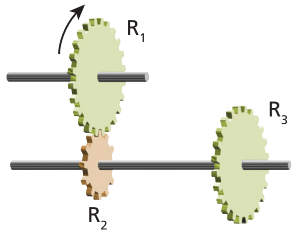
b) $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 2\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \boxed{T = 1\text{ s}}$

$f = \frac{1}{T} \Rightarrow \boxed{f = 1\text{ Hz}}$

c) $v = \omega R = 2\pi \cdot 2 \Rightarrow \boxed{v = 4\pi\text{ m/s}}$

Respostas: a) $\frac{3\pi}{2}$ rad; b) 1 s e 1 Hz; c) 4π m/s

34 Na figura, as rodas dentadas R_1 e R_3 são iguais e seus raios medem 50 cm, enquanto a roda dentada R_2 tem raio igual a 25 cm. As rodas R_2 e R_3 giram fixas a um mesmo eixo. A roda R_1, acoplada à R_2, gira com frequência igual a 5 000 rpm.



Determine:

a) a frequência de rotação das rodas R_2 e R_3.
b) o quociente v_1/v_3 das velocidades escalares lineares de pontos na periferia das rodas R_1 e R_3 respectivamente.

Resolução:

a) $f_1 = 5\,000$ rpm

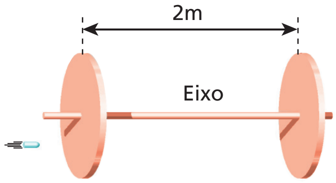
$v_1 = v_2 \Rightarrow 2\pi f_1 r_1 = 2\pi f_2 r_2$

$5\,000 \cdot 50 = f_2\, 25 \Rightarrow \boxed{f_2 = f_3 = 10\,000\text{ rpm}}$

b) $\frac{v_1}{v_3} = \frac{2\pi f_1 r_1}{2\pi f_3 r_3} = \frac{5\,000 \cdot 50}{10\,000 \cdot 50} \Rightarrow \boxed{\frac{v_1}{v_3} = \frac{1}{2}}$

Resposta: a) 10 000 rpm
b) $\frac{1}{2}$

35 A figura representa dois discos de papelão fixados a um mesmo eixo, com rotação de frequência igual a 50 Hz. Os discos foram fixados em locais do eixo distantes 2 m um do outro.



Um projétil é disparado paralelamente ao eixo, descolando-se em movimento suposto retilíneo e uniforme, perfurando os dois discos. O ângulo entre o plano que contém o eixo e o furo no primeiro disco e o plano que contém o eixo e o furo no segundo disco é igual a 45°. Determine a velocidade do projétil, sabendo que, entre as duas perfurações, os discos giraram menos que meia volta.

Resolução:

Enquanto o projétil desloca-se de um disco a outro, percorrendo $\Delta s = 2$ m com velocidade **v**, o sistema sofre um deslocamento angular $\Delta\varphi = 45°\left(\frac{\pi}{4}\text{ rad}\right)$ com velocidade angular ω:

$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{v}$

$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega}$

Assim, obtemos:

$\frac{\Delta s}{v} = \frac{\Delta\varphi}{\omega} \Rightarrow v = \frac{\omega\,\Delta s}{\Delta\varphi}$

Como $\omega = 2\pi f = 2\,\pi \cdot 50 = 100\,\pi$ rad/s, temos:

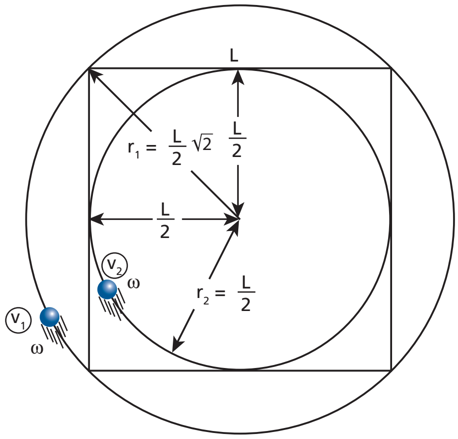
$v = \frac{100\pi \cdot 2}{\frac{\pi}{4}} \Rightarrow \boxed{v = 800\text{ m/s}}$

Resposta: 800 m/s

36 (ITA-SP) Uma partícula move-se ao longo de uma circunferência circunscrita em um quadrado de lado **L** com velocidade angular constante. Na circunferência inscrita nesse mesmo quadrado, outra partícula move-se com a mesma velocidade angular. A razão entre os módulos das respectivas velocidades lineares dessas partículas é:

a) $\sqrt{2}$. b) $2\sqrt{2}$. c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$. d) $\sqrt{\frac{3}{2}}$. e) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

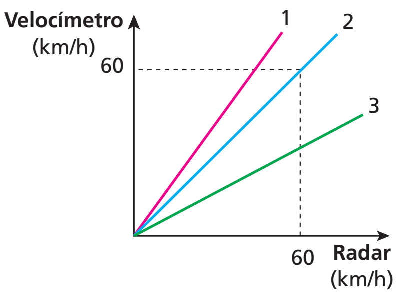
Resolução:



$$\left.\begin{array}{l} v_1 = \omega\, r_1 \\ v_2 = \omega\, r_2 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{\frac{L\sqrt{2}}{2}}{\frac{L}{2}} \Rightarrow \boxed{\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{2}}$$

Resposta: a

37 (UFBA) Um indivíduo, preocupado com as constantes multas que tem recebido por dirigir seu automóvel em excesso de velocidade, relata o fato a dois companheiros. Os três amigos não conseguem compreender a razão das multas, sendo que todos eles observam os limites de velocidade nas vias públicas por meio do velocímetro de seus carros.
Os seus veículos, de mesmo modelo, têm nos pneus a única característica distinta. O carro **A** usa os pneus indicados pelo fabricante do veículo; o carro **B** usa pneus com diâmetro maior que o indicado, pois o seu proprietário visita, periodicamente, seus familiares no interior, viajando por estradas e caminhos irregulares; o carro **C** usa pneus com diâmetro menor que o indicado, uma vez que seu proprietário gosta de veículos rebaixados, com aspecto esportivo.
Os três amigos decidem fazer um experimento: alugam um aparelho de radar e vão para uma estrada deserta. Após realizarem várias medições, construíram o gráfico a seguir.



Com base na análise do gráfico, identifique a correspondência existente entre os carros **A**, **B** e **C** e as linhas 1, 2 e 3, que representam as velocidades desses carros, verificando qual dos três amigos deve ser mais precavido ao circular em estradas e avenidas vigiadas pelo radar. Justifique sua resposta.

Resolução:
O velocímetro de um carro indica um valor **v** de velocidade para cada frequência **f** de rotação das rodas. Ele é calibrado pelo fabricante do veículo para pneus de raio **R** determinado: $v = 2\,\pi\, f\, R$. Se o usuário fizer modificações no veículo, alterando o valor de **R** para um outro valor R′, as indicações do velocímetro não corresponderão mais aos valores reais da velocidade. De fato, para uma mesma frequência **f**, o velocímetro continuará indicando um valor **v**, mas a velocidade real passará a ser v′: $v' = 2\pi\, f\, R'$.
Carro A: o velocímetro indica valores corretos. Portanto, supondo o radar confiável, o carro **A** corresponde à linha **2**.
Carro B: como R′ é maior que **R**, para uma mesma frequência **f**, v′ é maior que o valor **v** indicado, ou seja, o velocímetro indica uma velocidade menor que a real. Portanto, o carro **B** corresponde à linha **3**, e seu motorista deve estar mais precavido com relação a multas.
Carro C: como R′ é menor que **R**, para uma mesma frequência **f**, v′ é menor que o valor **v** indicado. Portanto, o carro **C** corresponde à linha **1**.

Respostas: Carro **A** – 2; Carro **B** – 3 (deve ser mais precavido); Carro **C** – 1

38 (AFA-SP – mod.) Considere um automóvel cujos pneus, quando novos, têm diâmetro **D**. Suponha que os pneus se tenham desgastado e apresentem 98% do diâmetro original. Quando o velocímetro assinalar 100 km/h, a velocidade real do automóvel será:

a) 104 km/h.
b) 102 km/h.
c) 100 km/h.
d) 98 km/h.
e) 96 km/h.

Resolução:
Com as rodas girando com velocidade angular **ω**, a velocidade **v** indicada pelo velocímetro é correta quando os pneus estão novos:

$$v = \omega\, R = \omega\,\frac{D}{2}$$

- Para um mesmo **ω**, mas com os pneus desgastados (D′ = 0,98D), o velocímetro vai indicar o mesmo valor **v**, mas a velocidade real será **v′**:

$$v' = \omega\,\frac{D'}{2} = \omega\,\frac{0{,}98D}{2}$$

- $\frac{v'}{v} = 0{,}98 \Rightarrow \frac{v'}{100} = 0{,}98 \Rightarrow \boxed{v' = 98 \text{ km/h}}$

Resposta: d

39 Dois ciclistas partem de um mesmo ponto de uma pista circular de raio igual a 100 m, no mesmo instante e em sentidos contrários. Suas velocidades escalares lineares valem 2π m/s e 3π m/s. Após quanto tempo eles se encontrarão pela primeira vez?

Resolução:
O mais prático é adotar um referencial em um dos ciclistas. Com isso, esse ciclista passa a estar em repouso e o outro a 5 π m/s (soma dos módulos das velocidades):

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{\Delta t} \Rightarrow 5\,\pi = \frac{2\pi \cdot 100}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{\Delta t = 40 \text{ s}}$$

Resposta: 40 s

40 Duas partículas movem-se numa mesma trajetória circular, com movimentos uniformes de mesmo sentido. Sendo as frequências dos movimentos dessas partículas iguais a 4 rpm e 6 rpm e sabendo que em t = 0 elas estão na mesma posição, determine quantas vezes elas se encontram no intervalo de t = 0 a t = 1 h.

Resolução:

Temos: $\omega_A = 2\pi\, f_A = 2\pi \cdot 4 \Rightarrow \omega_A = 8\pi$ rad/min

$\omega_B = 2\pi\, f_B = 2\pi \cdot 6 \Rightarrow \omega_B = 12\pi$ rad/min

Novamente, vamos adotar um referencial em uma das partículas. Com isso, uma delas, **A**, por exemplo, fica em repouso e a outra, a $4\,\pi$ rad/min (diferença dos módulos das velocidades angulares):

$\omega = 4\,\pi$ rad/min

$\omega = 2\pi f \Rightarrow 4\pi = 2\pi f \Rightarrow f = 2$ rpm

Em 1 h, a partícula **B** completa 120 voltas e, portanto, encontra-se 120 vezes com **A**.

Resposta: 120 vezes

41 Às 12 horas, o ponteiro das horas e o ponteiro dos minutos de um relógio se sobrepõem. Depois de quanto tempo ocorre a próxima sobreposição?

Resolução:

Das 12 h até a próxima sobreposição dos ponteiros, o ponteiro das horas desloca-se $\Delta\varphi_h$ e o dos minutos desloca-se $\Delta\varphi_m$, sendo:

$\Delta\varphi_m = \Delta\varphi_h + 2\,\pi$ (rad)

$\omega_m \Delta t = \omega_h\, \Delta t + 2\,\pi \quad$ (I)

$\omega_m = 2\,\pi$ rad/h e $\omega_h = \frac{\pi}{6}$ rad/h

Em (I):

$2\pi\ \ \Delta t = \frac{\pi}{6}\ \ \Delta t + 2\pi \Rightarrow \boxed{\Delta t = 1 \text{ h } 5 \text{ min e } 27 \text{ s}}$

Resposta: 1 h 5 min 27 s

42 Considere dois pilotos **A** e **B** que, ao disputarem uma prova de automobilismo, percorrem o circuito no mesmo sentido e com velocidades escalares constantes. O piloto **A** completa uma volta em 1 min 40 s, enquanto o piloto **B** faz o mesmo em 1 min 36 s. Supondo que, em determinado instante, **B** esteja ao lado de **A**, quanto tempo depois dessa situação a vantagem de **B** sobre **A** será de um quarto de volta?

Resolução:

Seja **n** o número **inteiro** de voltas completadas por **A** e **B** a partir do instante em que estavam emparelhados. Então, como o tempo que passou para **A** (Δt_A) é igual ao que passou para **B** (Δt_B), temos:

$\Delta t_A = \Delta t_B$

$(n)(1 \text{ min } 40 \text{ s}) = \left(n + \frac{1}{4}\right)(1 \text{ min } 36 \text{ s})$

$n \cdot 100 \text{ s} = \left(n + \frac{1}{4}\right) \cdot 96 \Rightarrow n = 6$ voltas

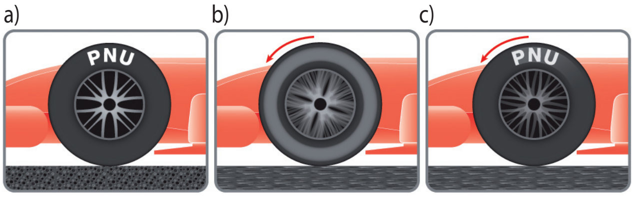
$\Delta t_A = (n)(1 \text{ min } 40 \text{ s}) = n \cdot 100 \text{ s} = 6 \cdot 100 \text{ s} = 600 \text{ s}$

$\boxed{\Delta t_A = \Delta t_B = 10 \text{ min}}$

Resposta: 10 min

43 (Unicamp-SP) O quadro (a), abaixo, refere-se à imagem de televisão de um carro parado, em que podemos distinguir claramente a marca do pneu (“PNU”).

a) b) c)



Quando o carro está em movimento, a imagem da marca aparece como um borrão em volta de toda a roda, como ilustrado em (b). A marca do pneu volta a ser nítida, mesmo com o carro em movimento, quando esse atinge determinada velocidade. Essa ilusão de movimento na imagem gravada é devida à frequência de gravação de 30 quadros por segundo (30 Hz). Considerando que o diâmetro do pneu é igual a 0,6 m e $\pi = 3{,}0$, responda:

a) Quantas voltas o pneu completa em um segundo quando a marca filmada pela câmara aparece parada na imagem, mesmo estando o carro em movimento?
b) Qual a menor frequência angular ω do pneu em movimento quando a marca aparece parada?
c) Qual a menor velocidade linear (em m/s) que o carro pode ter na figura (c)?

Resolução:

a) A marca parece parada quando é filmada na frequência de 30 Hz. Isso significa que, a cada $\frac{1}{30}$ s (período de filmagem), a marca encontra-se na mesma posição em relação ao eixo da roda.

Nesse período de $\frac{1}{30}$ s, a roda pode ter completado 1 volta, 2 voltas, 3 voltas, enfim, um número inteiro **n** de voltas. Portanto, a frequência **f** de rotação da roda (número de voltas completadas por segundo) é dada por:

$f = \frac{n}{\Delta t} = \frac{n}{\frac{1}{30}} \Rightarrow f = 30n$ Hz

A roda completa 30n voltas em 1 s, sendo n = 1, 2, 3... .

b) $f_{mín} = 1 \cdot 30 \text{ Hz} = 30 \text{ Hz}$

$\omega_{mín} = 2\pi\, f_{mín} = 2 \cdot 3{,}0 \cdot 30$

$\boxed{\omega_{mín} = 180 \text{ rad/s}}$

c) $v_{mín} = \omega_{mín}\, r = 180 \cdot 0{,}3$

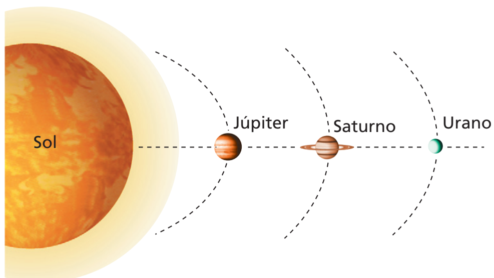
$\boxed{v_{mín} = 54 \text{ m/s}}$

Respostas: a) 30 n voltas (n = 1, 2, 3, ...); b) 180 rad/s; c) 54 m/s

44 Considere os períodos de translação de Júpiter, Saturno e Urano conforme dados da tabela abaixo:

Planeta	Período de translação (em anos terrestres)
Júpiter	12
Saturno	30
Urano	84

Suponha que esses planetas estejam alinhados como na figura.



Depois de quanto tempo essa mesma situação voltará a acontecer?

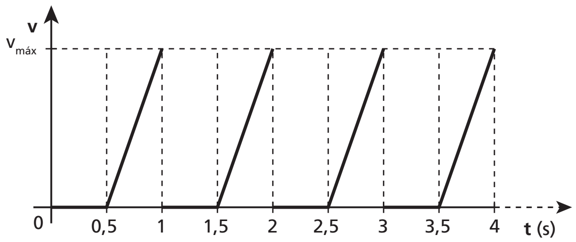
Resolução:
O mínimo múltiplo comum entre 12, 30 e 84 é 420.

Resposta: 420 anos

45 A distância entre o eixo de rotação e a extremidade livre do ponteiro dos segundos de um relógio de parede é igual a 7,5 cm. Essa extremidade se move aos "saltos".

Supondo que sua velocidade linear **v** varie com o tempo, de acordo com o gráfico, calcule o valor máximo dessa velocidade ($v_{máx}$).

(Use $\pi = 3$.)



Resolução:
Em cada segundo, a extremidade do ponteiro se desloca **d**:

$d = \text{"área"} = \dfrac{0{,}5 \cdot v_{máx}}{2}$

Em uma volta (60 s), o deslocamento Δs é dado por:

$\Delta s = 60d = 60 \cdot \dfrac{0{,}5 \cdot v_{máx}}{2} = 15 \cdot v_{máx}$

Esse deslocamento é igual ao perímetro da circunferência descrita pela extremidade do ponteiro:

$\Delta s = 2\pi R = 2\pi \cdot 7{,}5 \text{ cm} = 15\pi \text{ cm}$

Então:

$15 v_{máx} = 15\,\pi$ ($v_{máx}$ em cm/s)

$\boxed{v_{máx} = \pi \text{ cm/s} = 3 \text{ cm/s}}$

Resposta: 3 cm/s

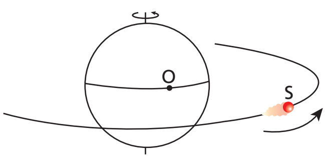
46 Um satélite artificial da Terra está em órbita circular, no plano equatorial, no mesmo sentido de rotação da Terra. Sabe-se que, para um observador fixo na superfície terrestre, na linha do equador, o satélite artificial passa acima de sua posição com um período de 2d (dois dias).

O período de translação do satélite, em torno do centro da Terra:

a) só pode ser de 2d.
b) só pode ser de 1d.
c) só pode ser de $\frac{2}{3}$ d.
d) pode ser de 1d ou de 2d.
e) pode ser de $\frac{2}{3}$ d ou de 2d.

Obs.: d é o símbolo que representa dia.

Resolução:



Sejam:

T_O: período do movimento do observador em relação ao eixo da Terra ($T_O = 1$d)

T_S: período do satélite, isto é, período do movimento do satélite em relação ao eixo da Terra ($T_S = ?$)

T': período do satélite em relação ao observador ($T' = 2$d)

Em relação ao observador, a velocidade angular do satélite, ω', é dada, em valor absoluto, por:

- Se $\omega_s > \omega_O$:

$\omega' = \omega_s - \omega_o \Rightarrow \dfrac{2\pi}{T'} = \dfrac{2\pi}{T_s} - \dfrac{2\pi}{T_O} \Rightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{T_s} - \dfrac{1}{1}$

$\boxed{T_s = \frac{2}{3}\text{ d}}$

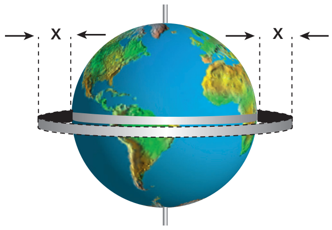
- Se $\omega_s < \omega_o$:

$\omega' = \omega_o - \omega_s \Rightarrow \dfrac{2\pi}{T'} = \dfrac{2\pi}{T_O} - \dfrac{2\pi}{T_s} \Rightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{1} - \dfrac{1}{T_s}$

$\boxed{T_s = 2\text{ d}}$

Resposta: e

47 Considere a Terra perfeitamente esférica e suponha um aro nela ajustado, na linha do equador (que mede aproximadamente 40 000 km).



Se o comprimento desse aro for aumentado de 1 m, surgirá uma folga **x** entre ele e a Terra, como está indicado na figura. Dentre as alternativas seguintes, indique aquela que traz o **maior** animal capaz de passar por essa folga.

a) pulga b) aranha c) rato d) gato e) elefante

Resolução:
Sendo **R** o raio da Terra, o comprimento inicial do aro é:

$C = 2\pi R$ (I)

O comprimento do aro aumentado é:

$C + 1 = 2\pi (R + x)$ (II)

Substituindo (I) em (II), temos:

$2\pi R + 1 = 2\pi R + 2\pi x$

$x = \dfrac{1}{2\pi} = \dfrac{1}{2 \cdot 3{,}14} \Rightarrow x = 0{,}16 \text{ m}$

$\boxed{x = 16 \text{ cm}}$

∴ O gato é o maior animal capaz de passar pela folga **x**.

Resposta: d

48 (Olimpíada Brasileira de Física) Em Física, define-se a quantidade de movimento angular (momento angular), **L**, de um corpo que gira com velocidade angular constante ω em torno de um eixo como sendo $L = I\,\omega$, em que **I** é uma grandeza denominada momento de inércia, que depende da massa do corpo e de como ela está distribuída em torno do eixo de rotação. Para um disco de massa **M** e raio **R**, o momento de inércia em relação a um eixo perpendicular a ele, passando pelo seu centro, é dado por $I = \dfrac{MR^2}{2}$.

Considere um disco como esse, de raio 10 cm, girando com frequência de 0,5 Hz.

a) Quantas voltas serão dadas em 15 segundos por um outro disco que possui a mesma massa do primeiro disco e metade do seu raio, tendo, porém, o mesmo momento angular?

b) Se os dois discos forem fabricados do mesmo material, qual a diferença entre eles além dos raios?

Resolução:

$$\left.\begin{array}{r}\text{Disco de raio 10 cm e frequência } f = 0{,}5\text{ Hz}: L = I \cdot 2\pi f = \dfrac{MR^2}{2} \cdot 2\pi f \\ \text{O outro disco}: L = I' \cdot 2\pi f' = \dfrac{M\left(\dfrac{R}{2}\right)^2}{2} \cdot 2\pi f'\end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{MR^2}{2} \cdot 2\pi f = \frac{MR^2}{8} \cdot 2\pi f'$$

$f' = 4f = 4 \cdot 0{,}5$

$f' = 2{,}0$ Hz

$$f' = \frac{n}{\Delta t} \Rightarrow 2{,}0 = \frac{n}{15} \Rightarrow \boxed{n = 30 \text{ voltas}}$$

b) • $\left.\begin{array}{r}\text{Mesma massa} \\ \text{Mesma densidade}\end{array}\right\}$ mesmo volume

• Sendo **e** e **e'** as espessuras, e **V** e **V'** os volumes dos discos de raios R e $\frac{R}{2}$, respectivamente, temos:

$$V = V' \Rightarrow \pi R^2 e = \pi \left(\frac{R}{2}\right)^2 e' \Rightarrow \boxed{e' = 4e}$$

Respostas: a) 30 voltas; b) A espessura do outro disco é o quádruplo da do primeiro.

49 Uma partícula em movimento circular uniformemente variado tem sua velocidade angular alterada de 2π rad/s para 10π rad/s durante 20 s. Calcule o número de voltas que a partícula efetua nesse intervalo de tempo.

Resolução:

• $\omega = \omega_0 + \gamma t \Rightarrow 10\pi = 2\pi + \gamma \cdot 20$

$\gamma = \frac{2\pi}{5}$ rad/s²

• $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\gamma\Delta\varphi$

$100\pi^2 = 4\pi^2 + 2 \cdot \frac{2\pi}{5} \cdot \Delta\varphi$

$\Delta\varphi = 120\pi$ rad

1 volta $\Rightarrow 2\pi$ rad

n voltas $\Rightarrow 120\pi$ rad

$\boxed{n = 60}$

Resposta: 60 voltas

50 (UFPE) A parte mais externa de um disco, com 0,25 m de raio, gira com uma velocidade linear de 15 m/s. O disco começa então a desacelerar uniformemente até parar, em um tempo de 0,5 min. Qual o módulo da aceleração angular do disco em rad/s²?

Resolução:

• $v = v_0 + \alpha t \Rightarrow 0 = 15 + \alpha \cdot 30 \Rightarrow \alpha = -0{,}5$ m/s²

• $\gamma = \frac{\alpha}{R} = \frac{-0{,}5}{0{,}25} \Rightarrow \gamma = -2$ rad/s² $\Rightarrow \boxed{|\gamma| = 2 \text{ rad/s}^2}$

Resposta: 2

51 (UFPR) Um ventilador gira à razão de 900 rpm. Ao desligá-lo, seu movimento passa a ser uniformemente retardado, até parar após 75 voltas. Qual o tempo decorrido desde o momento em que foi desligado até sua parada completa?

Resolução:

900 rpm = 15 Hz

$\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi \cdot 15 \Rightarrow \omega_0 = 30\pi$ rad/s

$\Delta\varphi = 75 \cdot 2\pi$ rad $= 150\pi$ rad

$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\gamma\Delta\varphi$

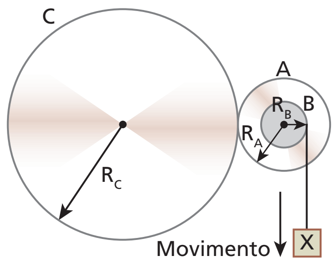
$0 = 900\pi^2 + 2 \cdot \gamma \cdot 150\pi \Rightarrow \gamma = -3\pi$ rad/s²

$\omega = \omega_0 + \gamma t \Rightarrow 0 = 30\pi - 3\pi t$

$\boxed{t = 10 \text{ s}}$

Resposta: 10 s

52 Na figura, temos duas polias coaxiais **A** e **B** de raios $R_A = 20$ cm e $R_B = 10$ cm e uma outra polia **C** de raio $R_C = 50$ cm:



O bloco **X**, que parte do repouso em t = 0, desce com aceleração escalar constante e igual a 4 m/s². Não há deslizamento entre as polias. Calcule a velocidade angular da polia **C** num instante genérico **t**.

Resolução:

• $\alpha_B = 4$ m/s²; $R_B = 10$ cm $= 0{,}1$ m:

$\gamma_B = \frac{\alpha_B}{R_B} = \frac{4}{0{,}1} \Rightarrow \gamma_B = 40$ rad/s²

• $\gamma_A = \gamma_B = 40$ rad/s²; $R_A = 20$ cm $= 0{,}2$ m:

$\alpha_A = \gamma_A R_A = 40 \cdot 0{,}2 \Rightarrow \alpha_A = 8$ m/s²

• $\alpha_C = \alpha_A = 8$ m/s²; $R_C = 50$ cm $= 0{,}5$ m:

$\gamma_C = \frac{\alpha_C}{R_C} = \frac{8}{0{,}5} \Rightarrow \gamma_C = 16$ rad/s²

• $\omega_C = \omega_{0_C} + \gamma_C t \Rightarrow \boxed{\omega_C = 16t}$ (SI)

Resposta: 16 t (SI)